

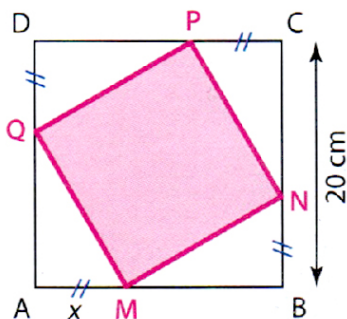
Problème n° 130 page 99 du livre Transmath édition 2014 mêlant des notions de géométries avec le calcul algébrique et débouchant sur la résolution d'une inéquation nécessaire à la résolution du problème.

Capacités évaluées :

T11	– Conduire un raisonnement, une démonstration
C3	– Associer à un problème une expression algébrique, traduire le lien entre deux quantités par une formule
C5	– Développer des expressions polynomiales simples
Inq1	– Modéliser un problème par une inéquation
Inq3	– Résoudre une inéquation à partir de l'étude du signe d'une expression produit ou quotient de facteurs du 1er degré
Inq4	– Résoudre algébriquement les inéquations nécessaires à la résolution d'un problème
Gé1	– Utiliser les propriétés des triangles, des quadrilatères, des cercles

130 Condition sur une aire

Dans un carré ABCD de côté 20 cm, on inscrit un carré MNPQ suivant le schéma ci-dessous.



On pose $x = AM = BN = CP = DQ$ avec $0 \leq x \leq 20$.

Le but de l'exercice est de déterminer les valeurs de x pour lesquelles l'aire du carré MNPQ dépasse 272 cm^2 .

1. Calculez l'aire du carré MNPQ en fonction de x .

Cette aire, exprimée en cm^2 , sera notée $S(x)$ et sera donnée sous forme développée et réduite.

2. Prouvez que l'inéquation $S(x) > 272$ équivaut à :

$$2x^2 - 40x + 128 > 0.$$

3. a) Affichez sur votre calculatrice la parabole d'équation :

$$y = 2x^2 - 40x + 128.$$

On utilisera la fenêtre indiquée ci-après.

Axe des abscisses : $0 \leq x \leq 20$, pas = 2.

Axe des ordonnées : $-100 \leq y \leq 200$, pas = 50.

b) Conjecturez les solutions du problème.

4. On se propose de trouver le résultat par le calcul.

a) Vérifiez que $2x^2 - 40x + 128 = (8 - 2x)(16 - x)$.

b) Étudiez le signe du produit de facteurs et déduisez-en les solutions du problème.